Ndzihiwe Marie Aimée

HAJ'Africain

Mathématique II

106

16 Nov 2005 8h30 – 11h30

CONSEIL NATIONAL DES EXAMENS AU RWANDA

B.P 3817 KIGALI-TEL/FAX : 586871

EXAMEN NATIONAL DE FIN D'ETUDES SECONDAIRES 2005

EPREUVE : MATHEMATIQUE II

OPTIONS : - **BIOLOGIE – CHIMIE**
- **BIOLOGIE – CHIMIE/LATIN**
- **INFORMATIQUE**

DUREE : 3 HEURES

INSTRUCTIONS :

- Chaque candidat(e) est invité(e) à répondre à **toutes les questions de la section A** et à **3 questions de son choix de la section B.**

- L'usage individuel des instruments de géométrie et des calculatrices est autorisé. Toutefois une présentation claire et précise du raisonnement est indispensable car une réponse finale seule ne vaut rien.

- Il faut respecter les consignes éventuelles qui accompagnent l'une ou l'autre question.

SECTION A (55 points)

01. Résolvez dans IR : log(x+1) + log(x-1) = 2log(x-2) **(4pts)**

02. Sachant que $\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, calculez, sans l'aide de calculatrice, la valeur exacte de $\cos\frac{5\pi}{12}$ et de $\sin\frac{5\pi}{12}$. **(4pts)**

03. Les longueurs des côtés d'un triangle mesurent respectivement 7, 10 et 16m. Calculez les mesures de ses angles (à 1° près). **(5pts)**

04. Dans IR × IR, on donne le système d'équations :
$\begin{cases} kx-9y=-3 \\ 4x+(k-12)y=k \end{cases}$, où k est un réel quelconque. Pour quelle valeur du réel k le système d'équations n'admet-il pas de solution dans IR × IR ? **(4pts)**

05. Considérez la fonction f définie par $f(x)=\frac{x^2-4x+3}{x-3}$. La fonction f est-elle continue dans l'ensemble IR des réels ? Si non, redéfinissez-la de façon qu'elle soit continue. **(2pts)**

06. Soit la fonction $f: IR \to IR : x \to \log_x \sqrt{1-x^2}$. Déterminez les valeurs de x pour lesquelles la fonction f est définie. **(2pts)**

07. Voici les pourcentages de graisses dans 20 échantillons de lait apporté par les agri-éleveurs à un centre de collecte de lait :

4,12	4,04	3,96	3,95	3,98	3,94	3,98	4,12	3,98	3,96
3,95	4,02	3,95	4,02	4,04	3,98	4,02	4,02	3,95	4,02

Calculez l'écart-type de cette série statistique. **(4pts)**

08. Soit la courbe d'équation $y=x+\frac{4}{x}$.

a) Ecrivez les équations des asymptotes à la courbe. **(1pt)**
b) Trouvez le maximum et le minimum de y. **(2pts)**
c) Esquissez la représentation graphique de la courbe. **(2pts)**

09. Etant donné le nombre complexe $z=\frac{3-i\sqrt{3}}{3+i\sqrt{3}}$, écrivez-le sous la forme trigonométrique et écrivez z^{18} sous la forme algébrique. **(5pts)**

10. En utilisant le théorème de Moivre, exprimez sin5x comme un polynôme en sinx. **(3pts)**

11. Calculez : $\int_0^{\pi/4}\left(\cos^2 x-\sin^2 x\right)dx$. **(3pts)**

12. Le plan étant muni d'un repère orthonormé (o, i, j), écrivez l'équation réduite de l'ellipse E dont le centre est l'origine des axes de coordonnées, l'axe focal est l'axe des y, le grand axe est 10 et la distance focale est 8. **(2pts)**

Trouvez les sommets et les foyers de l'ellipse E. **(3pts)**

13. Dans l'espace vectoriel E_o muni d'une base orthonormée $\left(\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on donne les points a, b et c tels que $\vec{a}=\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$, $\vec{b}=2\vec{i}-\vec{k}$ et $\vec{c}=2\vec{j}+\vec{k}$. Trouvez les points P appartenant au plan (oab) et tels que $\vec{p}$ soit un vecteur unitaire orthogonal à $\vec{c}$. **(5pts)**

14. Une commission nationale de jeunes artisans est composée de 7 filles et de 5 garçons. Une audience au MINICOM devant être accordée à 4 délégués de cette commission tirés au sort, quelle est la probabilité pour que la délégation comprenne au moins une fille ? Quelle conclusion pouvez-vous tirer de la valeur obtenue pour la réalisation de l'événement « la délégation comprend au moins une fille » ? **(4pts)**

<u>SECTION B</u> (15 points par question)

15. On définit une fonction numérique f par $f(x)=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x}$.

a) Déterminez le domaine de définition de la fonction f et les limites aux bornes de ce domaine. **(4pts)**
b) Ecrivez les équations des asymptotes éventuelles. **(1pt)**
c) Déterminez la dérivée première et la dérivée seconde de la fonction f. **(5pts)**
d) Déterminez les variations de la fonction f, les points d'inflexion et la concavité de la courbe représentative de la fonction f. **(3pts)**
e) Traçez la courbe représentative de la fonction f. **(2pts)**

16. Soit la droite passant par les points A (-1;5) et B (0,8) et la courbe C d'équation $y=8-2x^2$.
a) Trouvez l'équation de la droite AB. **(2pts)**
b) Construisez la droite AB et la courbe C dans un même repère orthonormé du plan. **(3pts)**

c) Calculez l'aire de la surface comprise entre la courbe et la droite AB. **(6pts)**

d) Calculez le volume du solide de révolution de cette surface autour de l'axe des abscisses x. **(4pts)**

17. Chaque siège de la juridiction Gacaca de la cellule est composé de neuf (9) personnes intègres.
a) De combien de façons peut-on choisir le comité de coordination de la juridiction si chaque membre du siège est candidat et que l'élection se fait en trois phases successives pour pourvoir les postes de: 1° Président ; 2° Premier et deuxième vice-présidents ; 3° deux secrétaires ? **(6pts)**

b) Si le siège de la juridiction Gacaca de la cellule comprend quatre (4) femmes :
i) quelle est la probabilité pour qu'une femme soit élue au poste de Président de la juridiction ? **(1pt)**

ii) quelle est la probabilité pour que les deux postes de premier et deuxième vice-présidents soient occupés par des femmes ? **(5,5pts)**

iii) quelle est la probabilité pour que les deux secrétaires soient de sexes différents, le président et un des vice-présidents étant des hommes ? **(2,5pts)**
N.B : Pour toute la question les cinq remplaçants ne sont pas impliqués.

18. L'espace vectoriel E_o est muni d'une base orthonormée $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ et on donne trois vecteurs de E_o : $\vec{u}=\begin{pmatrix}2\\3\\6\end{pmatrix}$, $\vec{v}=\begin{pmatrix}2\\-6\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{w}=\begin{pmatrix}3\\3\\6\end{pmatrix}$.

a) Montrez que $(\vec{u},\vec{v},\vec{w})$ est une base de E_o. **(4pts)**

b) Déterminez les coordonnées du vecteur $\vec{e}=\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$ dans la base $(\vec{u},\vec{v},\vec{w})$. **(6pts)**

c) Ecrivez les équations paramétriques et les équations cartésiennes de la droite uv. **(5pts)**

19. A l'aide des nombres complexes :
a) résolvez l'équation $\sqrt{3}\cos x-\sin x+\sqrt{3}=0$. **(9pts)**

b) linéarisez $\cos^6 x$ et calculez $\int_{-\pi}^{0}\cos^6 x\,dx$. **(6pts)**

========================= FIN =============================

64-2.8.27